

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

$$g(x) = px^3 + qx^2 + rx$$

不明量 6文字
12条件

$$f'(0) = g'(0) \quad f(-1) = -1$$

$$f'(-1) = 0 \quad g'(1) = 0$$

$$g(1) = 3$$

5式あり。
5.2. 6-5=1文字分の不明量が残り

$$\int_{-1}^0 \{f'(x)\}^2 dx + \int_0^1 \{g'(x)\}^2 dx$$

= I₁ とおく = I₂ とおく

ε. Min に 対し f=2
Min と対し条件 2-1 式 1 個あり
6文字 = 6元
ε 対し 全 2 の 不明量分 決定するはず。

$$\begin{cases} f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \\ g'(x) = 3px^2 + 2qx + r \\ f''(x) = 6ax + 2b \\ g''(x) = 6px + 2q \end{cases}$$

$$I_1 = \int_{-1}^0 (6ax + 2b)^2 dx = \dots = 12a^2 - 12ab + 4b^2$$

$$I_2 = \int_0^1 (6px + 2q)^2 dx = \dots = 12p^2 + 12pq + 4q^2$$

5式を立式する

$$\begin{aligned} f(0) = g'(0) & \text{ より } c = r & \text{--- (1)} \\ f(-1) = -1 & \text{ より } -a + b - c = -1 & \text{--- (2)} \\ f'(-1) = 0 & \text{ より } 3a - 2b + c = 0 & \text{--- (3) } \text{この文字を残す?} \\ g(1) = 3 & \text{ より } p + q + r = 3 & \text{--- (4)} \\ g'(1) = 0 & \text{ より } 3p + 2q + r = 0 & \text{--- (5)} \end{aligned}$$

解法1 Aを残す。

$$\begin{aligned} \text{(2) + (3) より } 2a - b &= 1 & \therefore b = 2a + 1 \\ \text{(2) \times 2 + (3) より } a - c &= -2 & \therefore c = a + 2 \end{aligned}$$

$$\text{(1) より } c = r = a + 2 \text{ 代入}$$

$$\begin{aligned} \text{(4) より } p + q + a + 2 &= 3 & \text{--- (4')} \\ \text{(5) より } 3p + 2q + a + 2 &= 0 & \text{--- (5')} \end{aligned}$$

$$\text{(4)' \times 3 - (5)' より } q + 2a + 4 = 9 \quad \therefore q = -2a + 5$$

$$\text{(4)' \times 2 - (5)' より } -p + a + 2 = 6 \quad \therefore p = a - 4$$

= 4つ
全 2 aを
表は

I₁ + I₂

$$= 12a^2 - 12ab + 4b^2 + 12p^2 + 12pq + 4q^2$$

代入
(代入は、fとgを
使う)

$$= 12a^2 - 12a(2a+1) + 4(2a+1)^2 + 12(a-4)^2 + 12(a-4)(-2a+5) + 4(-2a+5)^2$$

計算注意

$$= 8a^2 - 16a + 56$$

$$= 8(a-1)^2 + 48$$

5.2. a=1 のとき Min. a=1 ∈. b, c, p, q, r は代入

b=3, c=3, p=-3, q=3, r=3

以上より $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$ $g(x) = -3x^3 + 3x^2 + 3x$

解法2 Cを残す。

$$\begin{aligned} \text{(2) \times 3 + (3) より } b - 2c &= -3 & b = 2c - 3 \\ \text{(2) \times 2 + (3) より } a - c &= -2 & a = c - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(4) \times 3 - (5) より } q + 2r &= 9 & q = -2r + 9 & r = -2c + 9 \\ \text{(4) \times 2 - (5) より } -p + r &= 6 & p = r - 6 & p = c - 6 \end{aligned}$$

これ、全 2 cを
表は

I₁ + I₂

$$= 12a^2 - 12ab + 4b^2 + 12p^2 + 12pq + 4q^2$$

代入
(代入は、fとgを
使う)

$$= 12(c-2)^2 - 12(c-2)(2c-3) + 4(2c-3)^2 + 12(c-6)^2 + 12(c-6)(-2c+9) + 4(-2c+9)^2$$

計算注意

$$= 8c^2 - 48c + 120$$

$$= 8(c-3)^2 + 48$$

5.2. c=3 のとき (2 Min) c=3 ∈. a, b, p, q, r は代入

a=1, b=3, p=-3, q=3, r=3

以上より $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$ $g(x) = -3x^3 + 3x^2 + 3x$

* その他、a, c 以外の文字を
残す 解くことも可能
です。